

10 Relacija delne urejenosti

65. Naj bo \mathbb{N} množica naravnih števil. Na \mathbb{N} definiramo relacijo R s predpisom

$$xRy \iff \exists z \in \mathbb{N} : xz = y.$$

Prepričaj se, da je R relacija delne urejenosti.

66. Naj bo \mathbb{R} množica realnih števil. Na \mathbb{R} definiramo relacijo R s predpisom

$$aRb \iff \exists k \in \mathbb{N}_0 : b = 2^k a.$$

- (i) Napišite vsaj pet elementov relacije R .
- (ii) Ali je R relacija delne urejenosti?
- (iii) Ali je R relacija linearne urejenosti?

Vse odgovor natanko utemeljite!

67. Opazujmo relacijo $|$ deljivosti, ki je definirana na množici pozitivnih celih števil, kjer $a|b$ beremo kot “ a deli b ”.

- (i) Pokažite, da je $|$ relacija delne urejenosti na \mathbb{Z}^+ .
- (ii) Pokažite, da relacija $|$ ni relacija linearne urejenosti na \mathbb{Z}^+ .

68. Naj bo $S = \mathbb{Z}$ množica celih števil. Na S definiramo relacijo R s predpisom

$$aRb \iff \exists r \in \mathbb{N} : b = a^r.$$

- (a) Ali je R relacija delne urejenosti?
- (b) Ali je R relacija linearne urejenosti?

69. Naj bo \mathbb{Z} množica celih števil. Na \mathbb{Z} definiramo relacijo R s predpisom

$$xRy \iff \exists n \in \mathbb{N}_0 : x = y + n.$$

Ali je R relacija delne urejenosti? Ali je R relacija linearne urejenosti? Odgovor natanko utemeljite!

70. Naj bo B_4 množica naravnih števil od 0 do 15. Ta števila predstavimo v dvojiškem zapisu: število $b \in B_4$ zapišemo kot $b = b_3b_2b_1b_0$, kjer so številke b_i enake 0 ali 1 (bolj natčno $b = b_32^3 + b_22^2 + b_12^1 + b_02^0$, npr. $8 = 1000$, $2 = 0010$, $15 = 1111, \dots$). Na B_4 definiramo relacijo \preceq s predpisom

$$a \preceq b \iff \forall i (a_i \leq b_i).$$

- (i) Napišite vsaj pet elementov relacije \preceq .
- (ii) Ali je \preceq relacija delne urejenosti?
- (iii) Ali je \preceq relacija linearne urejenosti?

Vse odgovor natanko utemeljite!

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.